FUNKSIYA HOSILASINING IQTISODIY TATBIQLARI

Sayyodxon Ubaydulla qizi Maxmasaidova
Toshkent moliya instituti
sayyodxon@bk.ru

ANNOTATSIYA

Mazkur maqolada funksiya hosilasiga bag'ishlangan. Funksiya hosilasi va hosilaning ba'zi tatbiqlari nazariy va amaliy yo'llari keltirilgan. Mavzu bo'yicha iqtisodiy ma'nolari tushuntirib o'tilgan. Iqtisodiy oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun hosila mavzusini o'qitishda bilishi kerak bo'lgan ma'lumotlar to'g'risida bayon qilingan.

Kalit so'zlar: *Hosila, funksiya, mehnat unumdorligi, daromad funksiyasi, xarajat funksiyasi.*

ABSTRACT

This article is devoted to the derivative of the function. Theoretical and practical ways of function derivative and some applications of derivative are presented. The economic meanings of the subject are explained. It is stated about the information that students of economic higher educational institutions should know when teaching the subject of the derivative.

Key words: *Derivative, function, labor productivity, income function, cost function.*

KIRISH

Ma'lumki, mamlakatimizda iqtisodiyotning barqaror faoliyat yuritishi uchun zarur bo'lgan shart-sharoitlar yaratilib, yuqori texnologiyalarga asoslangan ishlab chiqarish korxonalari vujudga kelmoqda, raqobatbardosh yangi mahsulotlar ishlab chiqarish jarayoni faol o'zlashtirilmoqda. Bu jarayondagi muvaffaqiyatlar, tabiiyki, raqobatga bardoshli kichik mutaxassis kadrlar tayyorlash bilan chambarchas bog'liqdir.

Respublikamiz prezidenti Sh.M.Mirziyoyev 2023 yil murojaatnomasida davlatimiz rivojlanishi yo'lida rivojlanishning asosiy 6 yo'nalishini belgilab berdi. Ijtimoiy davlat bu, eng avvalo, inson salohiyatini ro'yobga chiqarish uchun teng imkoniyatlar, odamlar munosib hayot kechirishiga zarur sharoitlar yaratish, kambag'allikni qisqartirish, demakdir. Shu bois, birinchi navbatda, e'tiborni Yangi

O‘zbekiston uchun eng katta investitsiya bo‘lgan ta’limni qo‘llab-quvvatlashga qaratamiz. ***“Najot – ta’limda, najot – tarbiyada, najot – bilimda. Chunki, barcha ezgu maqsadlarga bilim va tarbiya tufayli erishiladi”.*** Ma’rifatparvar jadid bobolarimizning bu so‘zlari deputat va senatorlarimiz, siyosiy partiyalar, mahalliy kengashlar, butun davlat apparati, keng jamoatchilikning amaliy harakatiga aylanishi kerak. Shu bois, maktablarda ta’lim sifati hamda jamiyatda o‘qituvchi kasbining nufuzini oshirish, muallimlarning sharoitlarini yaxshilash 2023 yildagi eng asosiy vazifalarimizdan biri bo‘ladi deb ta’kidlab o’tdi.[1]

Shiddat bilan rivojlanayotgan hozirgi vaqtda oliy ta’lim muassasalari ham zamon talabiga javob beradigan yetuk kadrlar ishlab chiqishi judayam zarur. Iqtisodiy oliy ta’lim muassasalarida o’qitiladigan Iqtisodchilar uchun matematika fanini o’qitilishi ham talabalar uchun amaliy mazmundagi masalalar yechishda va kelajakda o’z ish faoliyati sohasida foydalanishda judayam katta ahamiyatga ega. Ushbu maqolada shu fan bo’yicha o’qitiladigan funksiya hosilasi mavzusi o’qitishda talabalar uchun qiziqarli bo’lgan amaliy mazmuniga qaratildi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLARI

$y = f(x)$ funksiya $x = x_0$ nuqtada va uning biror bir atrofida aniqlangan bo‘lsin. x_0 nuqtaga Δx orttirma berib funksiyaning $f(x_0 + \Delta x)$ qiymatini topamiz. U holda $\Delta y = \Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ ifoda funksiya orttirmasi deb ataladi.

Ta’rif. Agar

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

limit mavjud bo‘lsa, u holda bu limit $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb ataladi va quyidagicha belgilanadi:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Hosilaning iqtisodiy ma’nosini misollarda ko‘rib chiqamiz. $Q(t)$ funksiya t vaqt ichida ishlab chiqarilgan mahsulot miqdorini ifodalasin. t_0 momentda mehnat unumdorligi topilsin.[2]

t_0 dan $t_0 + \Delta t$ vaqt oralig‘ida ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori $Q(t_0)$ qiymatdan $Q(t_0 + \Delta t)$ qiymatgacha o‘zgaradi, ya’ni $\Delta Q = Q(t_0 + \Delta t) - Q(t_0)$. U holda mehnatning o‘rtacha unumdorligi shu vaqt oralig‘ida $u_{o'rt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ bo‘ladi. t_0 momentda mehnat unumdorligi deganda, $\Delta t \to 0$ da t_0 dan $t_0 + \Delta t$ vaqt oralig‘ida o‘rtacha mehnat unumdorligining limit qiymati tushuniladi, ya’ni

$$u(t_o) = \lim_{\Delta t \to 0} Q_{o'rt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Shunday qilib mehnat unumdorligi – bu mahsulot hajmining o‘sish tezligidir.

Marjinal mahsulot. $Q(C)$ funksiya ishlab chiqarilgan mahsulot miqdorining C harajatlar kattaligiga bog’liqligini ifodalasin. $\frac{\Delta Q}{\Delta C}$ nisbat mahsulotning ΔC hajmdagi harajatlar kattaligiga mos bo’lgan o’rtacha kattaligidir. C_0 harajatda limit mahsulot yoki marjinal mahsulot deganda iqtisodda quyidagi limit tushuniladi:

$$MQ(C_0) = \lim_{\Delta C \to 0} Q_{o'rt} = \lim_{\Delta C \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta C}$$

Shunday qilib, mahsulotning limit qiymati, limit foyda, ishlab chiqarish limiti, samaradorlik limiti, talab limiti kabi kattaliklar hosila tushunchasi bilan uzviy bog‘liq.

Iqtisodiy nazariyada $y'(x)$ marjinal (limit) kattaliklarni $My(x)$ ko‘rinishda belgilash qabul qilingan. Bu yerda M marjinal so‘zining birinchi harfini bildiradi va limit ma’nosini beradi. Yuqorida aniqlangan limit kattaliklar iqtisodiy qonuniyatlarni isbotlashda matematik apparatlardan foydalanish imkoniyatini beradi. Buni biz differensial hisobning iqtisodiy nazariyaga ba’zi tatbiqlari sifatida ko‘rib chiqamiz.

Agar firma Q miqdorda mahsulot ishlab chiqarib uni P so‘mdan sotsa, u

$$R = PQ$$

miqdordagi daromadga ega bo‘ladi. Firmadagi ishlab chiqarish hajmi ΔQ miqdorga o‘zgarganda uning daromadi

$$MR = \frac{dR(Q)}{dQ} \qquad (2)$$

tezlik bilan o‘zgaradi. Bu holda MR kattalik marjinal (limit) daromad deb ataladi.

Ishlab chiqarish hajmining o‘zgarishiga bog‘liq ravishda xarajat funksiyasining o‘zgarish tezligi marjinal (limit) xarajat deb ataladi va u quyidagi formula yordamida topiladi:

$$MC = \frac{dC(Q)}{dQ}$$

O‘rtacha xarajat funksiyasi $AC = \frac{C(Q)}{Q}$.

Biz quyida amaliy masalarni yechishda zarur bo‘ladigan differensiallanuvchi funksiyalar haqidagi ba’zi teoremalarni keltiramiz.

Teorema (Ferma teoremasi). Agar *f(x)* funksiya *(a,b)* oraliqda aniqlangan va biror ichki *c* nuqtada eng katta (eng kichik) qiymatga erishsa va shu nuqtada chekli *f’(c)* hosila mavjud bo‘lsa, u holda *f’(c)*=0 bo‘ladi.

Teorema (Roll teoremasi). Agar *f(x)* funksiya [*a;b*] kesmada aniqlangan bo'lib, quyidagi

1) [*a;b*] da uzluksiz;
2) (*a;b*) da differensiallanuvchi;
3) *f(a)= f(b)*

shartlarni qanoatlantirsa, u holda *f'(c)=0* bo'ladigan kamida bitta *c* (*a<c<b*) nuqta mavjud bo'ladi.

Teorema (Lagranj teoremasi)**.** Agar *f(x)* funksiya [*a,b*] kesmada uzluksiz va (*a,b*) da chekli *f'(x)* hosila mavjud bo'lsa, u holda (*a,b*) da kamida bitta shunday *c* nuqta mavjud bo'lib,

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

Teorema (Koshi teoremasi). Agar [*a,b*] kesmada *f(x)* va *g(x)* berilgan bo'lib,

1) [*a,b*] da uzluksiz;
2) (*a,b*) intervalda *f'(x)* va *g'(x)* mavjud, hamda *g'(x)*≠0 bo'lsa, u holda hech bo'lmaganda bitta shunday *c* (*a<c<b*) nuqta topilib,

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(c)}{g'(c)}$$

tenglik o'rinli bo'ladi.[3]

Aniqmasliklarni ochish. Lopital qoidalari. Tegishli funksiyalarning hosilalari mavjud bo'lganda $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0\cdot\infty$, $\infty-\infty$, 1^{∞}, 0^0, ∞^0 ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochish masalasi engillashadi. Odatda hosilalardan foydalanib, aniqmasliklarni ochish Lopital qoidalari deb ataladi.

NATIJALAR VA MUHOKAMALAR

1-misol. t vaqtdagi ishlab chiqarish hajmi $Q=100t-\frac{1}{30}t^3$ formula yordamida bog'langan bo'lsin. Mehnat unumdotligini:
1) 5 vaqt birligiga mos;
2) 10 vaqt birligiga mos aniqlang.

Yechish. Bu masalaning yechimini topish uchun quyidagi ishlarni amalga oshiramiz:

$u'=100-\frac{1}{10}t^2$, $u'(5)=100-\frac{1}{10}5^2=97{,}5$; $u'(10)=100-\frac{1}{10}10^2=90$.

2-misol. Firmaning daromadi

$$R=100Q-2Q^2$$

funksiya ko‘rinishida ifodalangan. Firmaning marjinal daromadini $Q=15$ uchun aniqlang.

Yechish. Yuqoridagi birinchi tenglikka asosan topamiz.

$$MR=\frac{dR(Q)}{dQ}=100-4Q \quad MR=100-4\cdot 15=40.$$

3-misol. O‘rtacha xarajat funksiyasi $AC=\frac{24}{Q}+15+3Q$, ko‘rinishda berilgan. Marjinal xarajat funksiyasini toping.

Yechish.

$$C(Q)=AC\cdot Q=\left(\frac{24}{Q}+15+3Q\right)Q=24+15Q+3Q^2.$$

$$MC=\frac{dC(Q)}{dQ}=15+6Q.$$

4-misol. Daromad va xarajat quyidagi formulalar bilan aniqlanganda: qo’shimcha qiymatning maksimumini toping. $R(Q)=100Q-Q^2$, $C(Q)=Q^3-37Q^2+169Q+4000$.

Yechish. Qo’shimcha qiymat $\Pi(Q)=R(Q)-\ C(Q)$ ga asosan $\Pi(Q)=-Q^3+36Q^2-69Q-4000$. Qo’shimcha qiymat funksiyasining hosilasini nolga tenglab, quyidagi tenglamani olamiz $Q^2-24Q+23=0$. Bu tenglamaning ildizlari $Q_1=1, Q_2=23$. Tekshirish shuni ko’rsatadiki, qo’shimcha qiymat o’z maksimumiga $Q=23$ da erishadi va $\Pi_{max}=1290$.[4]

5-misol. Firmaning mahsulot ishlab chiqarishga sarflanadigan xarajat funksiyasi quyidagicha: $y(x)=0.1x^3-1.2x^2+5x+250$ p.b. (pul birligi) Ishlab chiqarishning o’rta va chegaraviy xarajatini va uning $x=10$ dagi qiymatini toping.

Yechish. Funksiyaning $y'(x)$ hosilasini va uning $x=10$ da $y'(10)$ qiymatini topamiz. Ishlab chiqarishning chegaraviy xarajatlari:

$$y'(x)=0.3x^2-2.4x+5, y'(10)=30-24+5-11.$$

O’rtacha xarajatlar: $y=\frac{y(x)}{x}=\frac{0.1x^3-1.2x^2+5x+250}{x}=0.1x^2-1.2x+5+\frac{250}{x}$.

$y=\frac{y(10)}{10}=10-12+5+25=28$ bu berilgan ishlab chiqarish darajasida bir birlik mahsulot ishlab chiqarishga sarflanadigan o’rtacha xarajatdir. Funksiya orttirmasini taqribiy hisoblash formulasiga ko’ra $\triangle C\approx dC=C'(x)\triangle x$, $C'(10)$ kattalikni shunday ifodalash mumkin: agar 10 ta mahsulot ishlab chiqarilgan bo’lsa, u holda o’n birinchi mahsulot ishlab chiqarish bo’yicha qo’shimcha xarajatlar taxminan $C'(10)=9$ ga teng.

6-misol. Mamlakatning iste’mol funksiyasi $C(x)=10+0.47x+0.36x^{\frac{3}{4}}$.

Bu yerda,
a) x jami milliy daromadning (pul birligida) iste'molga bo'lgan chegaraviy moyilligini;
b) agar milliy daromad 1.5 milliard p.b. bo'lsa, jamg'armaga bo'lgan chegaraviy moyillikni toping.

Yechish. a) iste'molga bo'lgan chegarviy moyillik: $C'(x) = 0.47 + 0.27x^{-\frac{1}{3}}$ uning qiymati esa $C'(15) = 0.47 + 0.27 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{15}} \approx 0.57$;
b) jamg'armaga bo'lgan chegaraviy moyillik: $S'(x) = 1 - C'(x) = 0.43$.

XULOSA

Zamonaviy pedogogik texnologiyalar asosida matematika fani darslarni tashkil etish, darsda amaliy mazmundagi masalalar bilan tushuntirish talabaning o'zlashtirish darajasini ancha oshiradi hamda ta'lim sifati va samaradorligini yanada yaxshilaydi. Bu esa, o'z navbatida, biz tayyorlab jamiyatga yetkazib berayotgan kadrlarimiz bugungi kun talabiga javob bera oladigan raqobatbardosh mutaxassislar bo'lib shakllanishiga samarali ta'sir ko'rsatadi. Matematika fani ham ijtimoiy amaliyot sohasi kabi jahon rivojlanish umumiy tendetsiyalari va qonuniyatlariga binoan rivojlanadi. Shuning uchun kasbiy-pedagogik ta'lim chet el tajribalarini o'rganish, uni ilmiy tushunish, ilg'or g'oyalardan milliy ta'lim amaliyotida foydalanish ayniqsa dolzarb hisoblanadi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. O'zbekiston Prezidenti Sh.Mirziyoev 2022 yil. 22 dekabr Murojaatnomasidagi nutqi.
2. Xashimov A.R., Xujaniyazova G.S. Iqtisodchilar uchun matematika. O'quv qo'llanma. "Iqtisod-moliya". 2017. 386 b.
3. M.Hoy, J.Livernois et.al. Mathematics for Economics. The MIT Press. London&Cambridge. 2011
4. Sharahmetov Sh., Naimjonov A. Iqtisodchilar uchun matematika. Darslik. "Fan va texnologiya", 2007. 304 b.