UDK 917.925.11

POLINOMAL DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINI TADQIQLASHDA INNORLARNI QO'LLANISHI.

Muxtarov Yahyo,-f.-m.f.n.,dotsent

Qobilova Dildora G'ulom qizi, magiistarura talabasi

Sh. Rashiov nomidagi Samarqand davlat uniersiteti

ya-muxtarov@rambler ru.,qobilovadildora66@gmail.com

ANNOTATASIYA

Innor matrisalarning katta ahamiyati shundaki, ular ikkita koʻphadning eng katta umumiy boʻluvchisini aniqlash, koʻphadlarning nollarini taqsimlanishi va boshqa koʻplab amaliy masalalarni yechish imkonini beradi. Maqolada polinominal differensial tenglamalar sistemasini tadqiqlashda innor matritsalardan foydalanilgan va invariant nurlarning mavjudligi va yo'qligi uchun shartlar topilgan.

Kalit soʻzlar: Innor matrisa, differensial tenglamalar sistemasi, invariant nur, polinom, yakkalangan maxsus nuqta.

АННОТАЦИЯ

Большое значение иннорных матриц состоит в том, что они позволяют определять наибольший общий делитель двух многочленов, выявить распределение нулей многочленов и многие другие практические задачи. В статье при исследовании системы полиномиальных дифференциальных уравнений были использованы иннорные матрицы и найдены условия наличия и отсутствия инвариантных лучей.

Ключевые слова: Иннорная матрица, система дифференциальных уравнений, инвариантный луч, полином, изолированная особая точка.

ABSTRACT

The great importance of innor matrices lies in the fact that they allow one to determine the greatest common divisor of two polynomials, to reveal the distribution of zeros of polynomials, and many other practical problems. In the article, when studying a system of polynomial differential equations, innor matrices were used and conditions for the presence and absence of invariant rays were found.

Keywords: Innor matrix, system of differential equations, invariant beam, polynomial, isolated special point.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METADOLOGIYA

$$\frac{dx}{dt} = P^m(x, y), \frac{dy}{dt} = Q^m(x, y) \tag{1}$$

sistema berilgan, bunda

$$P^m(x, y) = \sum_{j=o}^{m} a_{m-j,j} x^{m-j} y^j$$

$$Q^m(x, y) = \sum_{j=o}^{m} b_{m-j,j} x^{m-j} y^j$$

va $a_{m-j,j}, b_{m-j,j}$ -o‘zgarmas sonlar

(1) sistemani differensial tenglama ko‘rinishida yozamiz .

$$\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x}) = \frac{Q^m(x, y)}{P^m(x, y)} \tag{2}$$

va bu tenglama integral chiziqlarini o‘rganamiz.

$y = cy_1, x = cx_1$ almashtirish kiritganda (2) tenglama o‘zgarmaydi, shuning uchun bu almashtirish har qanday integral chiziqni yana integral chiziqqa olib keladi. (2) tenglamaning izoklinasi $\frac{y}{x} = k$ $(k - const.)$ ko‘rinishidagi to‘g‘ri chiziqdan iborat bo‘ladi.[3] ga ko‘ra, $\frac{y}{x} = k_0$ izoklina chiziqlarini, agar bu chiziqlar (2) tenglamaning yechimi bo‘lsa invariant nur deb ataymiz ya`ni bu holda $k = k_0$

$$f(k) = k \tag{3}$$

tenglamani yechimi bo‘lishi kerak.

Barcha invariant nurlar sonini aniqlash masalasi, (3) tenglamaning barcha haqiqiy ildizlarini topish masalasi bilan teng kuchli. ($k = \infty$ bo‘lgan hol uchun ham) (3) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozamizda

$$\Phi(k) = f(k) - k = \sum_{j=0}^{m}\left[b_{m-j,j} - a_{m-j,j}k\right]\cdot k^{j} = 0. \qquad (4)$$

Bunda , $\Phi(k)-(m+1)$ chi darajali ko‘phad va 1-natijani qo‘llab (4) tenglamani har xil haqiqiy ildizlari mavjud bo‘lishining yetarli va zaruriy shartlarini aniqlash mumkin.

(3) Tenglama birorta ham haqiqiy ildizga ega bo‘lmaydigan holni qaraymiz, bu hol (1) teoremada m–toq bo‘lganda bo‘lishi mumkin, $N=0$ deb olib koeffisentli shartlarni hosil qilamiz. $\varphi - ox$ o‘qining musbat yo‘nalishi bilan koordinata boshidan o‘tuvchi nur orasidagi burchak, $\gamma=\gamma(\varphi)$ nur yo‘nalishi va bu nurni kesib o‘tuvchi integral egri chiziqlarga o‘tgazilgan urinmalar orasidagi burchak bo‘lsin.

Agar $\gamma(\varphi)=0$ va $\gamma(\varphi)=180^{0}$ qiymatlardan farqlay bo‘lmasa , bunda $\gamma(\varphi)$ funksiya φ burchakning uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyasi bo‘ladi. Invariant nurlar quyidagicha xarakterga ega

$$\gamma(\varphi)=0(180^{0}).$$

Agar biror sektorga $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi$ invariant to‘g‘ri chiziqlar bo‘lmasa, $\gamma(\varphi)$ ning uzluksizligiga ko‘ra $C_1>0, C_2>0$ o‘zgarmaslarni ko‘rsatishimiz mumkinki bular uchun quyidagi tengsizlik bajariladi

$$0 \le C_1 \le \gamma(\varphi) \le C_2 < 180^{0} \qquad (5)$$

(4) tenglama bitta ham yechimga ega bo‘lmagan holda , (5) tengsizlik barcha φ lar uchun o‘rinli bo‘ladi.

P – belgilangan integral egri chiziqni qandaydir nuqtasi bo‘lsin, $\Gamma(\varphi_0;\rho_0)$ bu nuqtaning qutb koordinatasi. P nuqtadan o‘tuvchi va mos ravishda C_1 yoki C_2 da o‘zgarmas burchak hosil qiluvchi spiralsimon chiziqlarni σ_1 va σ_2 deb belgilaymiz. Γ-integral egri chiziq spiral shaklida boradi va keyinchalik φ katta bo‘lgan sari birortasini ham kesib o‘tmaydi. σ_1 va σ_2 spirallar koordinata boshida bir marotaba aylangandan keyin , $\varphi=\varphi_0$ nur bilan kesishadi. Bu nuqtalar mos ravishda $S_1(\varphi_0,\rho_1')$ va $S_2(\varphi_0,\rho_2')$ bo‘lsin, spirallar orasida joylashgan, Γ integral egri chiziq, S_1S_2 kesmadagi $P_1(\varphi_0,\rho_1)$ nuqtada $\varphi\le\varphi_0$ nurni kesib o‘tadi. Bunga o‘xshash almashtirish integral chiziqni yana integral chiziqqa olib kelganligi sababli Γ integral egri chiziqni keyingi o‘ramini, P_1 nuqtani P nuqtaga olib keluvchi almashtirish yordamida aniqlash mumkin. Biz bu almashtirishni takrorlab, butun Γ integral chiziqni quramiz. Bu esa umumiy holda spiralni tashkil etadi: Bu spiral $\rho_1 > \rho_2$ bo‘lganda ochiladi, $\rho_1 < \rho_2$ bo‘lganda o‘raladi. Agar P_1 nuqta P_0 nuqta bilan ustma-ust tushsa, Γ egi chiziq yopiq bo‘ladi, qolgan barcha integral egri chiziqlar ham yopiq bo‘ladi, chunki ular Γ egri chiziqni o‘zgartirishdan hosil bo‘ladi. Natijada bu holda koordinata boshi markaz bo‘ladi, umumiy holda koordinata boshi fokus bo‘ladi.

[2 tenglamani qutb koordinatalarida

$$x = \rho\cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi$$

o‘tkazib biz quyidagini hosil qilamiz

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \rho F(\varphi), \tag{6}$$

bunda

$$F(\varphi) = \frac{f(tg\varphi)\sin\varphi + \cos\varphi}{f(tg\varphi)\cos\varphi - \sin\varphi}$$

(6) tenglikni $\varphi = \varphi_0$ dan $\varphi = \varphi_0 + 2\pi$ gacha integrallab va $F(\varphi)$ ni davriyligidan foydalanib quyidagiga kelamiz

$$\rho = \rho_0 \exp(\int_0^{2\pi} F(\varphi)d\varphi), \tag{7}$$

bunda

$$F(\varphi) = \frac{\sin\varphi \cdot Q^m(\cos\varphi, \sin\varphi) + \cos\varphi \cdot P^m(\cos\varphi, \sin\varphi)}{\cos\varphi \cdot Q^m(\cos\varphi, \sin\varphi) - \sin\varphi \cdot P^m(\cos\varphi, \sin\varphi)}.$$

Agar $\int_0^{2\pi} F(\varphi)d\varphi \neq 0$ 0=(0.0) fokus nuqta, agar $\int_0^{2\pi} F(\varphi)d\varphi = 0$ bo‘lsa, $\rho = \rho_0$ bo’ladi va natijada integral chiziq yopiq chiziq bo‘ladi.

Teorema 1. Agar (1) tenglamalar sistemasi uchun

$$Var\left[1, -\left|\Delta_1^I\right|, \left|\Delta_3^I\right|, \ldots, (-1)^{m+1}\left|\Delta_{2m+1}^I\right|\right] = Var\left[1, \left|\Delta_1^I\right|, \left|\Delta_3^I\right|, \ldots, \left|\Delta_{2m+1}^I\right|\right]$$

shartlar bajarilsa bu holda (1) tenglamalar sistemasi uchun koordinatalar boshi fokus yoki markaz tipida bo‘ladi.

Bunda agar $\int_0^{2\pi} F(\varphi)d\varphi \neq 0$ bo’sa maxsus nuqta fokus va $\int_0^{2\pi} F(\varphi)d\varphi = 0$ bo‘lsa markaz tipli bo‘ladi.

(4) tenglama $k = k_0$ haqiqiy ildizga ega bo‘lgan holni qaraymiz. (2) tenglamaga $y = ux$, $u = u(x)$ almashtirish kiritamiz.

$$x\frac{du}{dx} = \frac{\Phi(u)}{P^m(1,u)}$$

Koordinata boshini $(0, k_0)$ nuqtaga ko‘chirib, quyidagi tenglamaga kelamiz.

$$x\frac{d\bar{u}}{dx} = \frac{\frac{1}{\nu!}\Phi^{(\nu)}(k_0)\bar{u}^{\nu} + ... + a_{0m}\bar{u}^{m+1}}{P^m(1, u + \bar{k}_0)}, \tag{8}$$

bunda $P^m(1,k_0) \neq 0$, $\Phi^{(\nu)}(k_0) \neq 0$, $\nu = 1,2,3,4,5...$

(9) tenglama o‘zgartirilgan Brio va Buke tenglamasi bo’ladi va yakkalangan maxsus nuqta $x = \bar{u} = 0$ bu holda quyidagicha sinflanadi:

1)Agar $A = \Phi^{\nu}(k_0)P^m(1,k_0) > 0, \nu = 2\nu_1 + 1$ bo‘lsa, 0=(0.0) nuqta tugun tipli bo‘ladi;

2)Agar $A < 0$, $\nu = 2\nu_1 + 1$ bo‘lsa, 0=(0,0) nuqta egar tipli b`oladi;

3)Agar $\nu = 2\nu_1$, bo‘lganda A ning ishorasiga bog‘liq bo‘lmagan holda 0=(0,0) nuqta ochiq egar –tugun tipli(chapdan tugun o‘ngdan esa egar yoki aksincha).

A ning ishoralariga va ν ning juft toqligiga qarab $y = k_0 x$ invariant nurni, mos ravishda I,II yoki III tipli deb ataymiz.

Agar $y = k_0 x$ I-tipli invariant nurning ε sektorini olsak, bunda integral egri chiziqlar koordinata boshiga yaqinlashadi va ularning urinmalari invariant nur bilan birlashishga intiladi. Bunday sektor parabolik deyiladi.

Agar II-tipli invariant nurning ε sektorini olsak, integral egri chiziqlarni tashkil qiluvchi Ox o‘qi bilan manfiy burchak hosil qiladi. $\varphi \to 0$ da integral egri chiziq koordinata boshidan uzoqlashadi va ε sektordan chiqadi. Bu holda sektor giperbolik deyiladi.

III-tipli invariant nurning ε-sektori parabolik va geperbolik sektorlarning kombinatsiyasidan tuzilgan. Ikkita $y=k_0x$, $y=k_1x$ qo'shni invariant nurlar bilan chegaralangan G –sektorni olamiz .

Agar bu nurlar I-tipli invariant nurlar bo'lsa, G-sektor elliptik sektor bo'ladi, invariant nurlar I-tipli va II-tipli bo'lsa unda G-sektor parabolik sektor bo'ladi, agar ikkala invariant nurlar II-tipli bo'lsa bunday sektor giperbolik sektor bo'ladi.

Shunday qilib (1) sistemani 0=(0.0) maxsus nuqtaning atrofi elliptik, geperbolik va parabolik sektorlar kombinatsiyalaridan tashkil topgan bo'ladi.

Teorema 2. Agar Δ'_{2m+1} innorli musbat matritsa bo'lsa, bu holda (1) sistemada hech bo'lmaganda bir juft II-tipli invariant nurlar mavjud bo'ladi.

Natija 1. Teorema 2 shartlari bajarilsin . Bu holda I-tipli va II-tipli invariant nurlar uchun

$$N(NH_I)=2(m-k+1), N(NH_{II})=2k$$

shartlarning biri bajariladi. Bunda $N(NH_i)$ invariant nurlar soni, $(k=\overline{1,m+1})$

Isbot: Har bir yakkalangan maxsus nuqta $(0,U_j)$ ga (2.1.2) differensial tenglamani bir juft invariant nurlar $y=k_jx$ mos keladi. Innorli Δ'_{2m+1} matritsa musbatligidan (2) tenglama $2(m+1)$ invariant nurlarga ega bo'ladi va (1) teorema shartlariga ko'ra $N(NH_{II})=2(m+1)$ hol o'rinli bo'ladi. Demak natija shartlari o'rinli.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Мухтаров Я.,Шодиев Д.С.,Турсунов Ф.Р. Качественное исследование двумерной системы Ежемесячный научный журнал, Молодой ученный, ISSN 2072- 0229, №3(107),2016 г,11-17 стр.
2. Мухтаров Я., Буриев Т.Э. Качественное исследование двумерных однородных полиномиальных динамических систем. CONTINIUUM Математика. Информатика. Образование.-Россия, Елец, вып.№3(11).2018 26-29 стр.
3. Мухтаров Я.,Шодиев Д.С.,Умарова Ф. Фазовые портреты плоских полиномиальных систем дифференциальных уравнений. Ilmiy axborotnoma. Aniq va tabiiy fanlar seriyasi. №1(113).2019, 14-20 bet.